TÜBA

TÜRKİYE BİLİMLER AKADEMİSİ
TURKISH ACADEMY OF SCIENCES

GÜNLÜK HAYATTAN MODELLEME PROBLEMLERİ

LİSE MATEMATİK KONULARI İÇİN

GÜNCELLENMİŞ
2. BASKI
GENİŞLETİLMİŞ

TÜRKİYE BİLİMLER AKADEMİSİ
TURKISH ACADEMY OF SCIENCES

GÜNLÜK HAYATTAN MODELLEME PROBLEMLERİ

LİSE MATEMATİK KONULARI İÇİN

Yazarlar
(alfabetik sırada)

Prof. Dr. Ayhan Kürşat ERBAŞ
Doç. Dr. Bülent ÇETİNKAYA
Prof. Dr. Cengiz ALACACI
Prof. Dr. Erdinç ÇAKIROĞLU
Prof. Dr. Arzu AYDOĞAN YENMEZ
Dr. Öğr. Üyesi Aysel ŞEN ZEYTUN
Dr. Öğr. Üyesi Himmet KORKMAZ
Doç. Dr. Mahmut KERTİL
Doç. Dr. Makbule Gözde DİDİŞ KABAR
Dr. Öğr. Üyesi Sinem BAŞ ADER
Arş. Gör. Dr. Zülal ŞAHİN

Genişletilmiş ve Güncellenmiş 2. Baskı
Ankara, 2024

Lise Matematik Konuları İçin Günlük Hayattan Modelleme Problemleri

Türkiye Bilimler Akademisi Ders Kitapları Serisi No: 14

ISBN: 978-625-6110-05-2

© Türkiye Bilimler Akademisi, 2016

Bu eserin tüm yayın hakları, Türkiye Bilimler Akademisi'ne aittir.
Yayıncının yazılı izni olmadan kısmen veya tamamen basılamaz ve çoğaltılamaz.
CD ya da manyetik bant haline getirilemez.

www.tuba.gov.tr
e-posta: tuba@tuba.gov.tr

Yazarlar
Ayhan Kürşat ERBAŞ
Bülent ÇETİNKAYA
Cengiz ALACACI
Erdinç ÇAKIROĞLU
Arzu AYDOĞAN YENMEZ
Aysel ŞEN ZEYTUN
Himmet KORKMAZ
Mahmut KERTİL
Makbule Gözde DİDİŞ KABAR
Sinem BAŞ ADER
Zülal ŞAHİN

Grafik Tasarım
Ece YAVUZ

Resimleyen
Bora SENGER

Redaksiyon
Turgay ANAR

Birinci Baskı
2016 - 1000 Adet

İkinci Baskı
Ekim 2024 - 1500 Adet

Baskı Yeri
Ankara Basım Yayın Hizmetleri, ANKARA

Lise Matematik Konuları İçin Günlük Hayattan Modelleme Problemleri / Ayhan Kürşat Erbaş... [ve öte..]. – Gnşlm 2.bs.-- Ankara : Türkiye Bilimler Akademisi, 2024.
284 s. ; 19,5 x 27,5 cm – (Ders kitapları Serisi No; 14)
Bibliyografya var.
ISBN 978-625-6110-05-2

1. Matematik. 2. Mathematics. 3. Matematik—Ders kitapları. 4. Mathematics—Textbooks.

510
QA11 L57 2024

Yakın bir tarihte zamansız olarak aramızdan ayrılan

Prof. Dr. Erdinç ÇAKIROĞLU'*nun anısına...*

Hayatımıza yön veren,
verecek olan
tüm öğretmen ve öğrencilerimize...

SUNUŞ

Ülkelerin kalkınma seviyeleri, toplumda bilimsel düşüncenin benimsenmesi ve bireylerin keşfetme arzusu ile öğrenmeye ve araştırmaya yönlendirilmesi ile doğrudan ilişkilidir. Bilimsel bilginin üretimi ve bu bilginin farklı alanlarda katma değer yaratan sonuçlar doğurması, toplumların ilerlemesi için kritik önemdedir. Bu nedenle, bilime ilgi duyan, bilimsel bilgiye nasıl ulaşacağını ve onu nasıl kullanacağını bilen bireyler yetiştirmek, çağdaş toplumların temel bir ihtiyacı olarak karşımıza çıkmaktadır.

Eğitimin, salt bilgi aktarımı değil, sorgulama ve bilimsel yöntemlerle öğrenciyi aktif bir keşif sürecine dâhil eden bir yapıda olması gerektiği konusunda uzmanlar hemfikirdir. Öğrencinin eğitim süresince bir bilim insanı gibi çalışarak başarma duygusunu tatması, bilime yönelme motivasyonunu artıran en etkili yollardan biridir. Bu anlayışla Türkiye Bilimler Akademisi (TÜBA), kuruluş amaçları doğrultusunda "bilim eğitimi"ni temel faaliyet alanlarından biri olarak belirlemiş ve toplumda bilime olan ilginin artırılmasını, gençlerin bilim insanı olma yolunda teşvik edilmesini misyon edinmiştir. TÜBA'nın yürüttüğü "Bilim Eğitimi Projesi/ Programı", bilginin deneyimlerle yapılandırıldığı ve öğrenmenin aktif bir süreç olduğu görüşüyle, sorgulamaya dayalı matematik ve bilim eğitimini ülkemizde yaygınlaştırmayı amaçlamaktadır.

Günümüzde Fen, Teknoloji, Mühendislik, Matematik (STEM) eğitiminin önemi her geçen gün artmakta; öğrencilerin matematiği gerçek hayatla ilişkilendirerek anlamlı ve kalıcı bir şekilde öğrenmesi gerekliliği öne çıkmaktadır. Matematiksel modelleme ve uygulamaların eğitimde yer bulması, bu doğrultuda giderek yaygınlaşan bir yaklaşımdır. "Lise Matematik Konuları İçin Günlük Hayattan Modelleme Soruları" başlıklı bu eser, öğretmenlere, öğretmen adaylarına ve öğrencilere yardımcı olmayı amaçlamakta ve öğrenme süreçlerine katkı sunacak matematiksel modelleme etkinlikleri içermektedir. Temel Eğitim ve matematiğin günlük hayatımızdaki yeri, uygulama alanlarının pratik eğitimle teorik matematik eğitimini teşvik edici olması, bu alanda önemli bir eğitim materyali olarak değerlidir. Bu bağlamda istifadenize sunulan bu güncellenmiş ve genişletilmiş ikinci baskı, alan uzmanlarınca titizlikle hazırlanmış; öğrenmeyi ve öğretmeyi kolaylaştırıcı, anlaşılır ve rehberlik görevi yürütecek bir çalışmadır.

Kitabın yayına hazırlanmasında emeği geçen bilim insanlarına, özellikle Ayhan Kürşat Erbaş, Bülent Çetinkaya, Cengiz Alacacı, Erdinç Çakıroğlu, Arzu Aydoğan Yenmez, Aysel Şen Zeytun, Himmet Korkmaz, Mahmut Kertil, Makbule Gözde Didiş, Sinem Baş ve Zülal Şahin'e teşekkür ederim. Ayrıca, bu değerli ekibin bir parçası olan Erdinç Çakıroğlu'nun 1 Eylül 2024 tarihinde vefat ettiğini derin bir üzüntüyle öğrenmiş bulunmaktayız. TÜBA olarak, merhum hocamıza Allah'tan rahmet, ailesine ve bilim camiasına başsağlığı diliyoruz.

Eserin, bilim eğitimine katkı sağlamasını ve daha çok genci bilime teşvik etmesini diliyor, ülkemizdeki eğitim camiasına hayırlı olmasını temenni ediyorum.

Prof. Dr. Muzaffer ŞEKER
TÜBA Başkanı

ÖNSÖZ

Matematik eğitiminin amacı öğrencileri matematiğin sayılar, cebir, geometri, veri analizi, olasılık gibi farklı alanlarında bilgi sahibi yapmanın yanında matematiği öğrenirken ve matematikle uğraşırken "matematiksel muhakeme ve iletişim, matematiksel modelleme ve problem çözme, matematiksel temsillerden yararlanma ve yorumlama, veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme, matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma" gibi kişinin şahsî, sosyal ve meslekî hayatında ihtiyaç duyduğu becerileri kazandırmaktır. Bu ise temel matematiksel yapılar ve işlemler, bu yapı ve işlemlerin barındırdığı anlamların kavranması ve kullanılması; matematiği hissedilir, yararlı, uğraşmaya değer olarak görmek ile mümkündür. Ancak, öğrencilerin büyük çoğunluğunun basit problemlerin çözümünde dahi zorluk yaşadıkları, matematik kaygısı geliştirdikleri sıklıkla görülmektedir.

Matematiksel modellemenin matematik derslerinde kullanılması fikri diğer ülkelerde olduğu gibi ülkemizde de son yıllarda hem matematik eğitimi camiasında hem de öğretim programlarında önemli görülmektedir. Bununla birlikte matematik öğretmen eğitiminde ve öğrencilerin matematik öğreniminde matematiksel modellemenin etkin kullanılmasına yardımcı olacak materyal ve kaynaklara ihtiyaç vardır. Elinizdeki kitabın 2016 yılında yapılan ilk baskısı Türkiye'de bu alandaki eksikliğin giderilmesine yönelik çabaların bir eseridir.

Bu kitap, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından desteklenen 110K250 kodlu araştırma projesinin bir ürünüdür. Kitapta aktarılan bilgi birikimi ve matematiksel modelleme problemleri, proje kapsamında geliştirilen ve uyarlanan problemler arasından seçilmiştir. Bunlardan bazıları farklı okullarda matematik derslerinde uygulanmıştır. Bu vesileyle uygulamalara katılan ve materyallerin geliştirilmesine katkıda bulunan tüm öğretmen ve öğrencilere bir kez daha teşekkür ederiz.

Kitabın dört bölümden oluşan bu genişletilmiş baskısı, matematik eğitimi bağlamında matematiksel modellemeyi açıklamanın yanı sıra lise düzeyinde matematik derslerinde ele alınan konu ve kavramlara dönük matematiksel modelleme örnekleri ve bunların uygulanmasına yönelik açıklamaları içermektedir. Kitabın birinci bölümü, matematiksel modellemenin ne olduğu, matematikteki ve okul matematik programlarındaki yeri, öğretmen ve öğrenciler açısından önemi, sınıf ortamında kullanımı ile ilgili öğretmenlere rehberlik edecek genel bilgi ve açıklamaları içermektedir. İkinci bölümde, lise düzeyinde kullanılabilecek 45 modelleme problemi sunulmaktadır. Üçüncü bölümde, matematiksel modelleme problemlerinin sınıf içinde kullanımına yönelik genel önerilerin yanı sıra kitapta yer verilen modelleme problemlerine özel birtakım uygulama önerilerine ve bir modelleme problemi için uygulama planı örneğine yer verilmektedir. Dördüncü bölümde ise kitabın ikinci bölümünde yer alan modelleme problemleri için örnek çözüm yaklaşımlarına yer verilmektedir. Genişletilmiş 2. baskıda 1. baskıya göre

kitabın genel görsel tasarımı yanı sıra özellikle birinci ve üçüncü bölümde içerik iyileştirmeleri yapılmış, dördüncü bölümdeki örnek çözüm yaklaşımları elden geçirilmiş, yeni bir bölüm olarak üçüncü bölüm eklenmiştir. Öte yandan, hangi matematik konu ve kavramına veya gerçek hayat bağlamına hangi modelleme probleminde yer verildiğini gösteren bir indeks de eklenmiştir.

Kitabın 2. baskı sürecinin son döneminde yazarlar arasında yer alan, aramızdan zamansız ayrılışı ile sadece bizleri değil tüm matematik eğitimi camiasını üzüntüye boğan; insanların geçici ancak insanlığın gelişimine katkı sunan eserlerin ve fikirlerin kalıcı olduğunu bize bir kez daha hatırlatan değerli akademisyen, meslektaşımız, dostumuz Prof. Dr. Erdinç ÇAKIROĞLU'nu sevgi ve rahmetle anıyoruz.

Kitabın bu yeni baskısının ülkemizde matematiksel modelleme konusundaki kaynakları zenginleştireceğini ve matematik eğitimcilerine, öğretmenlere, öğretmen adaylarına ve öğrencilere yararlı olacağını ümit ediyoruz.

Yazarlar

İÇİNDEKİLER

Sunuş v
Önsöz vii

BÖLÜM 1: Matematiksel Modelleme ve Matematik Eğitimi 1
Matematiksel Modelleme Nedir? 3
Matematiksel Modellemenin Matematikteki ve Okul Matematik Programlarındaki Yeri 8
Matematiksel Modelleme Niçin Önemlidir? 15

BÖLÜM 2: Modelleme Problemleri 25
Modelleme Problemleri Listesi 27
Acile Gelen Yüksek Tansiyon Hastası 31
Aman Petrol, Canım Petrol 34
Antik Çağ Kalıntıları! 36
Aracın Durma Mesafesi 39
Atlamak ya da Atlamamak! 41
Ayak İzi Problemi 43
Banka Soygunu 44
Benzinin İyisi Hangisi? 45
Boru Hattı Güzergâhını Belirle 47
Caddede Park Yeri 50
Çitleyelim 52
Dergi Satışları 54
Diş Hekimi Randevuları 55
Doğa Yürüyüşü Parkuru Krokisi 57
Dönme Dolap 59
En İyi Koltuk Hangisi 61
Gelecek Yüzyılda Türkiye 63
Gerçekten Kanser mi Değil mi? 65

Göl Kirliliği 67
Gün Uzunluğunu Tahmin Et 69
Hangi Konutu Almalı? 71
Hangi Otomobili Almalı? 73
Hastanız İlacı Nasıl Kullansın? 76
Kaplumbağa Terbiyecisi 78
Kazalar, Kazalar… 79
Kıyamet Saati 81
Kim 500 Milyar İster? 83
Köfte Savaşları 86
Kömür Tüketimi 88
Maksimum Alan 92
Meyve Suyu Ambalajı 93
Mikroorganizmalar Nasıl Çoğalır? 94
Nasıl Depolayalım? 96
Patlamış Mısır Kutusu 98
Posta Sorunu 99
Sarkaçlı Saati Nasıl Tamir Edelim? 101
Satranç Tahtası 102
Su Deposu 103
Süt İneklerinin Dengeli Beslenmesi 104
Tahta En İyi Nereden Görünür? 106
Trafik İşaret Levhaları 107
Ücretsiz Lunapark Treni 109
Üretim Hatası 110
Yaz İşi 112
Zıplayan Top! 115

BÖLÜM 3: Modelleme Problemlerinin Uygulanması 117
Matematiksel Modelleme Problemlerinin Sınıf İçi Kullanımı İçin Genel Öneriler.. 119
Bazı Modelleme Problemlerine Özel Uygulama Önerileri 122
Uygulama Planı Şablonu 153
Uygulama Planı Örneği: Su Deposu Problemi 154

BÖLÜM 4: Örnek Çözüm Yaklaşımları 163
Acile Gelen Yüksek Tansiyon Hastası: Örnek Çözüm Yaklaşımı 165
Aman Petrol, Canim Petrol: Örnek Çözüm Yaklaşımı 167
Antik Çağ Kalıntıları!: Örnek Çözüm Yaklaşımı 168
Aracın Durma Mesafesi: Örnek Çözüm Yaklaşımı 170
Atlamak ya da Atlamamak!: Örnek Çözüm Yaklaşımı 172
Ayak İzi Problemi: Örnek Çözüm Yaklaşımı 174
Banka Soygunu: Örnek Çözüm Yaklaşımı 176
Benzinin İyisi Hangisi?: Örnek Çözüm Yaklaşımı 177
Boru Hattı Güzergâhını Belirle: Örnek Çözüm Yaklaşımı 178
Caddede Park Yeri: Örnek Çözüm Yaklaşımı 180
Çitleyelim: Örnek Çözüm Yaklaşımı 182
Dergi Satışları: Örnek Çözüm Yaklaşımı 183
Diş Hekimi Randevuları: Örnek Çözüm Yaklaşımı 184
Doğa Yürüyüşü Parkuru Krokisi: Örnek Çözüm Yaklaşımı 186
Dönme Dolap: Örnek Çözüm Yaklaşımı 189
En İyi Koltuk Hangisi: Örnek Çözüm Yaklaşımı 191
Gelecek Yüzyılda Türkiye: Örnek Çözüm Yaklaşımı 192
Gerçekten Kanser mi Değil mi?: Örnek Çözüm Yaklaşımı 196
Göl Kirliliği: Örnek Çözüm Yaklaşımı 198
Gün Uzunluğunu Tahmin Et: Örnek Çözüm Yaklaşımı 200
Hangi Konutu Almalı?: Örnek Çözüm Yaklaşımı 202
Hangi Otomobili Almalı?: Örnek Çözüm Yaklaşımı 204
Hastanız İlacı Nasıl Kullansın?: Örnek Çözüm Yaklaşımı 206
Kaplumbağa Terbiyecisi: Örnek Çözüm Yaklaşımı 210
Kazalar, Kazalar…: Örnek Çözüm Yaklaşımı 211
Kıyamet Saati: Örnek Çözüm Yaklaşımı 212
Kim 500 Milyar İster?: Örnek Çözüm Yaklaşımı 215
Köfte Savaşları: Örnek Çözüm Yaklaşımı 217
Kömür Tüketimi: Örnek Çözüm Yaklaşımı 218
Maksimum Alan: Örnek Çözüm Yaklaşımı 228
Meyve Suyu Ambalajı: Örnek Çözüm Yaklaşımı 231
Mikroorganizmalar Nasıl Çoğalır?: Örnek Çözüm Yaklaşımı 232

Nasıl Depolayalım?: Örnek Çözüm Yaklaşımı 235
Patlamış Mısır Kutusu: Örnek Çözüm Yaklaşımı 238
Posta Sorunu: Örnek Çözüm Yaklaşımı 240
Sarkaçlı Saati Nasıl Tamir Edelim?: Örnek Çözüm Yaklaşımı 242
Satranç Tahtası: Örnek Çözüm Yaklaşımı 243
Su Deposu: Örnek Çözüm Yaklaşımı 245
Süt İneklerinin Dengeli Beslenmesi: Örnek Çözüm Yaklaşımı 247
Tahta En İyi Nereden Görünür?: Örnek Çözüm Yaklaşımı 249
Trafik İşaret Levhaları: Örnek Çözüm Yaklaşımı 250
Ücretsiz Lunapark Treni: Örnek Çözüm Yaklaşımı 253
Üretim Hatası: Örnek Çözüm Yaklaşımı 254
Yaz İşi: Örnek Çözüm Yaklaşımı 256
Zıplayan Top!: Örnek Çözüm Yaklaşımı 259

Kaynakça 262
Kaynaklar 264
İzinler 267
İndeks 268

GÜNLÜK HAYATTAN MODELLEME PROBLEMLERİ

“Günlük Hayattan Modelleme Problemleri”; öğretmenler, öğretmen adayları, öğrenciler, günlük hayatta matematiği arayanlar ve matematiğe ilgi duyan herkes için bir kaynak kitap niteliğinde hazırlandı.

“Günlük Hayattan Modelleme Problemleri” kitabıyla; “matematiksel muhakeme ve iletişim, matematiksel modelleme ve problem çözme, matematiksel temsillerden yararlanma ve yorumlama, veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme, matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma” gibi kişilerin şahsî, sosyal ve meslekî hayatlarında ihtiyaç duydukları bazı kritik becerileri kazandırmaya ve matematiğin hissedilir, yararlı ve uğraşmaya değer görülmesine yönelik çabalara bir katkıda bulunmak amaçlandı.

“Günlük Hayattan Modelleme Problemleri” kitabında, öğrenci ve öğretmenlerin sıklıkla karşılaştığı “Bu konu ne işimize yarayacak? Bu konuyu veya kavramı gerçek hayatta nerede ve nasıl kullanabiliriz?” gibi sorulara cevap vermeye yardımcı olacak, farklı gerçek hayat bağlamlarındaki problem durumlarına matematiksel bir bakış açısıyla çözüm bulmaya (örneğin sinemada en iyi görüş açısına sahip koltukları bulma, insan vücudundaki bazı kemiklerin uzunluklarını kullanarak o insanın boyunun uzunluğunu tahmin etme, heyecan verici bir lunapark treni parkuru tasarlama vb.) odaklanan çeşitli modelleme problemlerine yer verilmektedir.

Kitabın bu genişletilmiş baskısı dört bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde, matematiksel modellemenin ne olduğu, matematikteki ve okul matematik programlarındaki yeri, öğretmen ve öğrenciler açısından önemi, sınıf ortamında kullanımı ile ilgili öğretmenlere rehberlik edecek genel bilgi ve açıklamalara yer verilmektedir. İkinci bölümde, lise düzeyinde kullanılabilecek 45 modelleme problemi sunulmaktadır. Üçüncü bölümde, matematiksel modelleme problemlerinin sınıf içinde kullanımına yönelik genel önerilerin yanı sıra kitapta yer alan modelleme problemlerine özel birtakım uygulama önerilerine ve bir modelleme problemi için uygulama planı örneğine yer verilmektedir. Dördüncü bölümde ise kitabın ikinci bölümünde yer alan modelleme problemleri için örnek çözüm yaklaşımlarına yer verilmektedir.

TÜBA
Türkiye Bilimler Akademisi
Turkish Academy of Sciences

9 786256 110052